



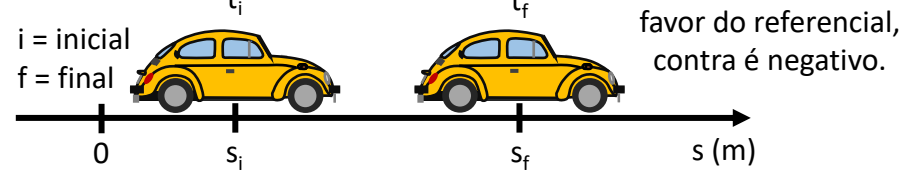
# Formulário de Física

Farlei Roberto Mazzarioli  
[www.farlei.net](http://www.farlei.net)

2021

# 1. Mecânica I

## Cinemática



$$\Delta s = s_f - s_i \quad \Delta t = t_f - t_i$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

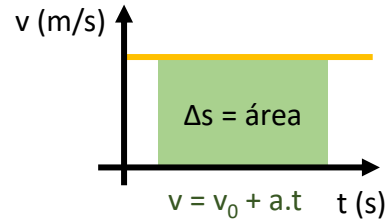
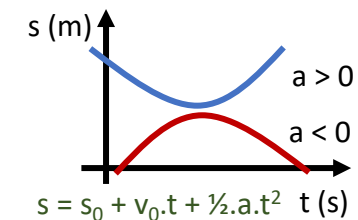
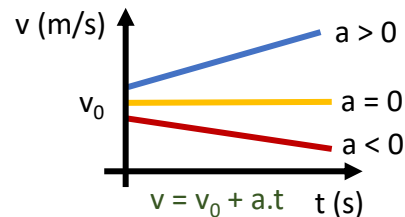
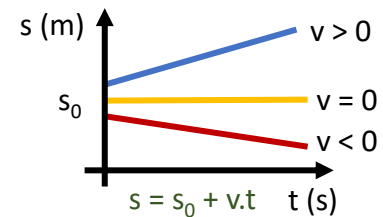
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad v = v_0 + a \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

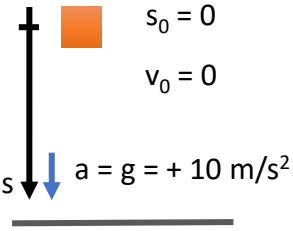
$\Rightarrow \frac{s}{v}$  progressivo     $\Leftarrow \frac{s}{v}$  retrógrado  
 $\Rightarrow \frac{v}{a}$  acelerado     $\Leftarrow \frac{v}{a}$  retardado

$\times 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \div 3,6$

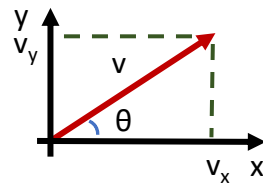
m/s	km/h
1	3,6
5	18
10	36
15	54
20	72
25	90
30	108



## Queda livre



## Componentes

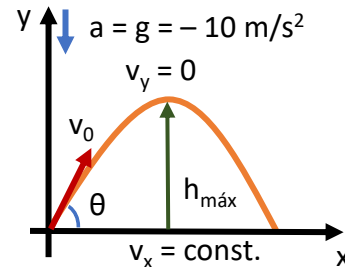


$$v_x = v \cdot \cos \theta$$

$$v_y = v \cdot \sin \theta$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

## Lançamento oblíquo



Tempo de subida é igual ao tempo de descida.

Os componentes "x" e "y" da velocidade são independentes entre si.

## Rotação

$$\Delta \theta = \theta_f - \theta_i$$

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

graus	rad
30	$\frac{1}{6} \cdot \pi$
45	$\frac{1}{4} \cdot \pi$
60	$\frac{1}{3} \cdot \pi$
90	$\frac{1}{2} \cdot \pi$
180	$\pi$
360	$2 \cdot \pi$

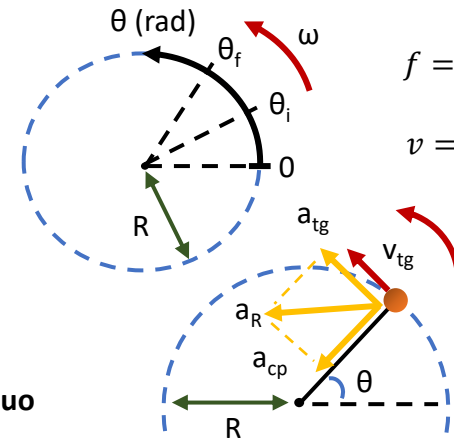
$$f = \frac{n^{\circ} \text{ ciclos}}{\Delta t} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$v = \omega \cdot R \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

$$a_R^2 = a_{cp}^2 + a_{tg}^2$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

$$a_{cp} = \omega^2 \cdot R$$



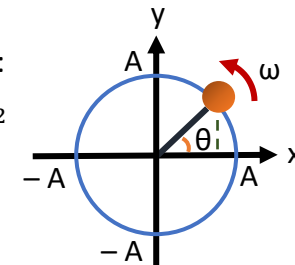
## Polias ligadas

por engrenagem ou correia:

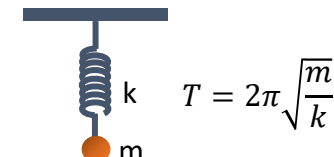
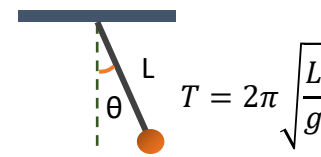
$$v_1 = v_2 \rightarrow f_1 \cdot R_1 = f_2 \cdot R_2$$

pelo eixo de rotação:

$$\omega_1 = \omega_2 \rightarrow f_1 = f_2$$



## Pêndulo



## Legenda

- s = espaço (m, metros)
- t = tempo (s, segundos)
- v = velocidade (m/s)
- a = aceleração (m/s<sup>2</sup>)
- g = gravidade (m/s<sup>2</sup>)
- h = altura (m)
- R = raio (m)
- L = comprimento (m)
- k = const. elástica (N/m)
- m = massa (kg)
- T = período (s)
- f = frequência (Hz, hertz)
- θ = ângulo (graus ou rads)
- ω = veloc. angular (rad/s)
- α = aceler. angular (rad/s<sup>2</sup>)

$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$   
 $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ Km/h}$   
 $2\pi \text{ rad} = 360^{\circ}$

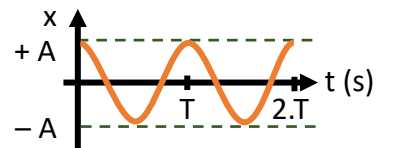
## Movimento harmônico

$$x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_0)$$

$$v_x = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta_0)$$

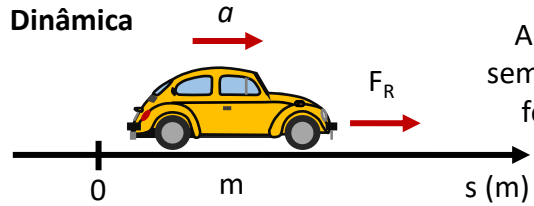
$$a_x = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_0)$$

$$a_x = -\omega^2 \cdot x$$



# 2. Mecânica II

## Dinâmica



A aceleração está sempre no sentido da força resultante.

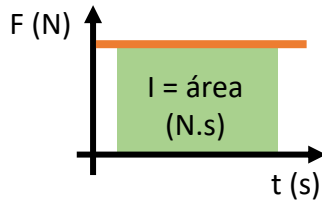
$$F_R = \Sigma F$$

## Leis de Newton

- 1ª lei: Todo corpo continua em repouso ou se movendo em linha reta até alguma força alterar este estado inicial.
- 2ª lei: Um corpo de massa  $m$  terá aceleração  $a$  quando sua força resultante for  $F$ , segundo  $F = m \cdot a$ .
- 3ª lei: Toda ação gera um reação em outro corpo de igual intensidade, mesma direção e em sentido contrário.

$$F_R = m \cdot a \quad Q = m \cdot v \quad I = \Delta Q$$

$$P = m \cdot g \quad I = F \cdot \Delta t \quad F = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



## Colisões elásticas

$$\Sigma Q_{inicial} = \Sigma Q_{final}$$

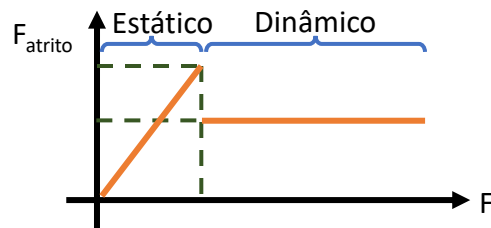
$$\varepsilon = \frac{|v_{depois}|}{|v_{antes}|} = \sqrt{\frac{h_{depois}}{h_{antes}}}$$

Coque mecânico  
 $\varepsilon = 1$  perfeitamente elástico  
 $0 < \varepsilon < 1$  parcialmente elástico  
 $\varepsilon = 0$  inelástico

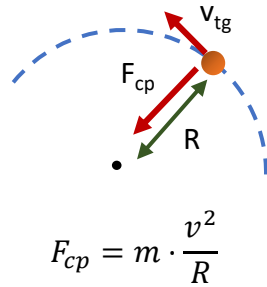
## Força de atrito

$$F_{at} = \mu \cdot N$$

$$\mu_d \leq \mu_e$$

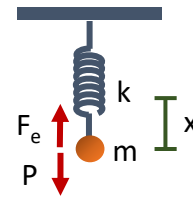


## Força centrípeta



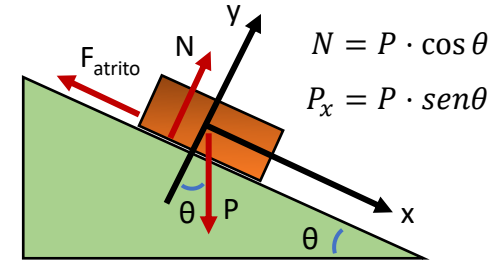
$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

## Força elástica



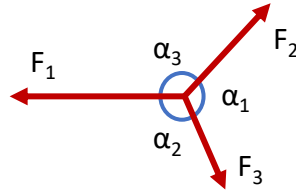
$$F_e = k \cdot x$$

## Plano inclinado



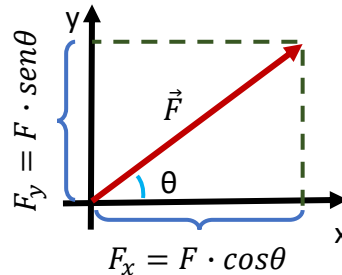
Iminência de movimento:  $\mu_e = tg\theta$

## Forças em equilíbrio

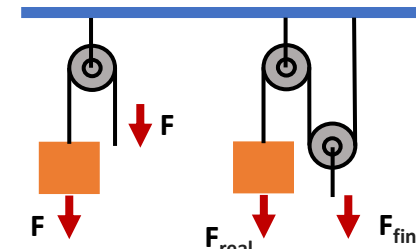


$$\frac{F_1}{\text{sen}\alpha_1} = \frac{F_2}{\text{sen}\alpha_2} = \frac{F_3}{\text{sen}\alpha_3}$$

## Componentes



## Roldanas

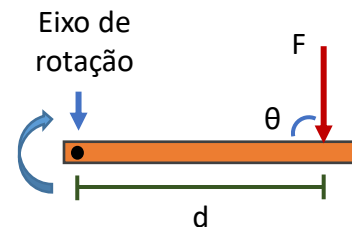


$$F_{final} = \frac{F_{real}}{2^{n-1}}$$

$n$  = número de roldanas

## Torque (ou momento angular)

$$M = F \cdot d \cdot \text{sen}\theta$$



Equilíbrio linear:  $F_R = 0$   
 Equilíbrio angular:  $M_R = 0$

Sentido horário positivo

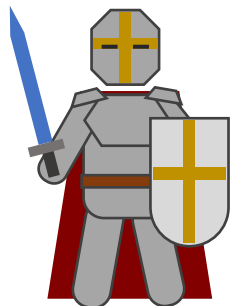
## Legenda

- $s$  = espaço (m, metros)
- $t$  = tempo (s, segundos)
- $v$  = velocidade (m/s)
- $a$  = aceleração ( $m/s^2$ )
- $g$  = gravidade ( $m/s^2$ )
- $m$  = massa (kg, quilograma)
- $Q$  = quant. mov. (kg.m/s)
- $I$  = impulso (N.s)
- $\varepsilon$  = coeficiente de restituição
- $F$  = força (N, newtons)
- $P$  = força peso (N)
- $N$  = força normal (N)
- $F_{cp}$  = força centrípeta (N)
- $\mu$  = coeficiente de atrito
- $h$  = altura (m)
- $R$  = raio (m)
- $d$  = distância (m)
- $M$  = torque (N.m)
- $x$  = deformação (m)
- $k$  = const. elástica (N/m)

$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$   
 $1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N} \approx 10 \text{ N}$

Deus vult

Esto vir



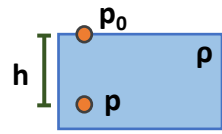
Acesse o site [www.farlei.net](http://www.farlei.net) e o perfil no Instagram [@prof.farlei](https://www.instagram.com/prof.farlei) para conhecer mais produtos digitais, cursos online, aulas particulares e outros do autor deste Formulário de Física. Há produtos gratuitos e pagos.

# 3. Mecânica III

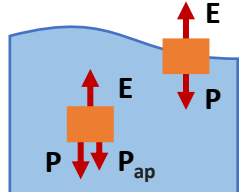
## Pressão

$$p = \frac{F}{A}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$



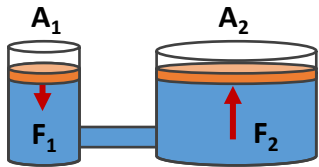
Pressão absoluta  
 $p = p_0 + \rho \cdot h \cdot g$   
 Pressão efetiva  
 $\Delta p = \rho \cdot h \cdot g$



$$E = \rho_{liq} \cdot V_{sub} \cdot g$$

$$P_{ap} = P - E$$

Lei de Pascal: os fluidos transmitem integralmente a pressão que recebem.

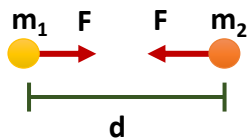


$$\Delta p_1 = \Delta p_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \rightarrow A_1 \cdot h_1 = A_2 \cdot h_2$$

$$\Delta \tau_1 = \Delta \tau_2 \rightarrow F_1 \cdot h_1 = F_2 \cdot h_2$$

## Gravitação universal



$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

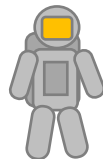
$$g_0 = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

$$g = g_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

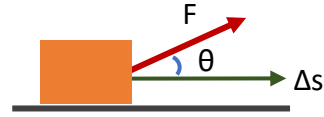
Satélite em órbita circular

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R+h}}$$

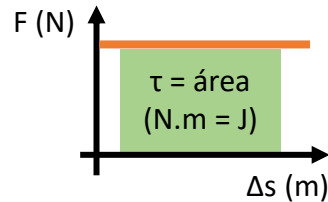
Houston, we have a problem...



## Trabalho de uma força



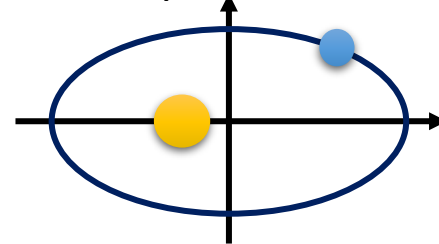
$$\tau = F \cdot \Delta s \cdot \cos \theta$$



## Leis de Kepler

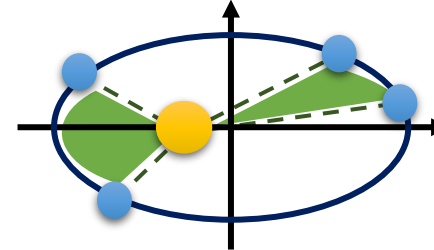
- 1ª lei: As órbitas dos planetas são elípticas e tendo o Sol sobre um dos focos da elipse.
- 2ª lei: As áreas percorridas por um planeta em mesmo tempo possuem valores iguais.
- 3ª lei: O período orbital ao quadrado dividido pelo raio orbital ao cubo é uma constante para todos os planetas de um sistema solar.

### 1ª lei de Kepler



Hélio = Sol (em grego)  
 Afélio = afastado do Sol  
 Periélio = perto do Sol

### 2ª lei de Kepler



$$\frac{\text{Área}_1}{\Delta t_1} = \frac{\text{Área}_2}{\Delta t_2}$$

### 3ª lei de Kepler

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$$

$$\frac{T_A^2}{R_A^3} = \frac{T_B^2}{R_B^3}$$

$$\text{const.} = \frac{4\pi^2}{G \cdot (m_1 + m_2)}$$

## Potência

$$Pot = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$Pot = F \cdot v$$

Equivalência  
 massa-energia

$$E = m \cdot c^2$$

Energia Gravitacional

$$E_G = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

## Energia mecânica

$$E_M = E_c + E_p + E_e$$

$$E_{Mi} = E_{Mf} + \tau_{diss}$$

Cinética

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Potencial gravitacional

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Potencial elástica

$$E_e = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Teorema da energia cinética

$$\tau = \Delta E_c$$



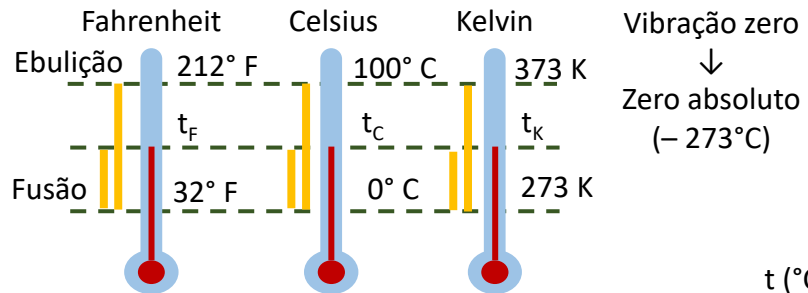
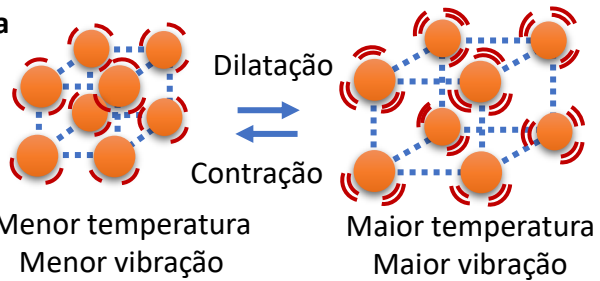
## Legenda

- s = espaço (m, metros)
- t = tempo (s, segundos)
- v = velocidade (m/s)
- a = aceleração (m/s<sup>2</sup>)
- g = gravidade (m/s<sup>2</sup>)
- G = const. gravit. (N.m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>)
- m = massa (kg, quilograma)
- M = massa da Terra (kg)
- F = força (N, newtons)
- P = força peso (N)
- h = altura (m)
- R = raio (m)
- d = distância (m)
- tau = trabalho (J, joules)
- E = energia (J, joules)
- Pot = potência (W, watts)
- x = deformação (m)
- k = const. elástica (N/m)
- p = pressão (Pa, pascal)
- rho = densidade (kg/m<sup>3</sup>)
- A = área (m<sup>2</sup>)
- V = volume (m<sup>3</sup>)

- g = 9,8 m/s<sup>2</sup> ≈ 10 m/s<sup>2</sup>
- G = 6,67.10<sup>-11</sup> N.m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>
- M = 5,97.10<sup>24</sup> kg
- c = 3.10<sup>8</sup> m/s
- 1 HP = 746 W; 1 CV = 735 W
- 1 kWh = 3,6.10<sup>6</sup> J
- 1 atm = 1,03.10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup>
- 1 Bar = 1.10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup>
- 1 Pa = 1 N/m<sup>2</sup>

# 4. Termologia I

## Termometria



$$\frac{t_x - t_{xf}}{t_{xe} - t_{xf}} = \frac{t_y - t_{yf}}{t_{ye} - t_{yf}} \rightarrow \frac{t_F - 32}{9} = \frac{t_C}{5} = \frac{t_K - 273}{5}$$

## Dilatação

$$\Delta l = l - l_0 \quad \Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Delta A = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta t$$

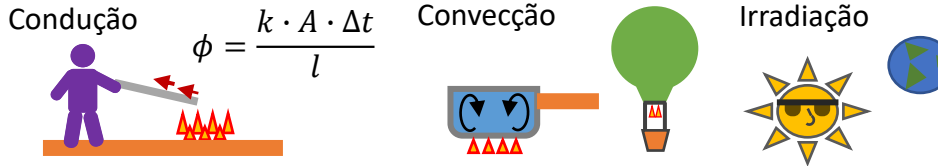
$$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

$$\gamma_{parente} = \gamma_{líquido} - \gamma_{frasco}$$

As partes vazias dilatam como se fossem parte do material.

## Transmissão de calor

Condução: vibração passa átomo por átomo.  
 Convecção: líquido ou gás aquece dilata e sobe.  
 Irradiação: onda eletromagnética, passa no vácuo.



$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

## Calorimetria

Calor sensível  
 $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$

Calor latente  
 $Q = m \cdot L$

Capacidade térmica  
 $C = m \cdot c$

Equilíbrio  $\Sigma Q = 0$   
 Ganhou calor:  $Q > 0$   
 Perdeu calor:  $Q < 0$

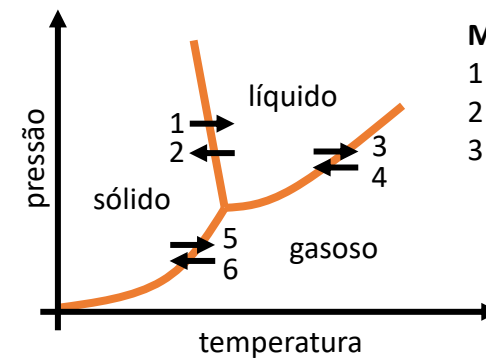
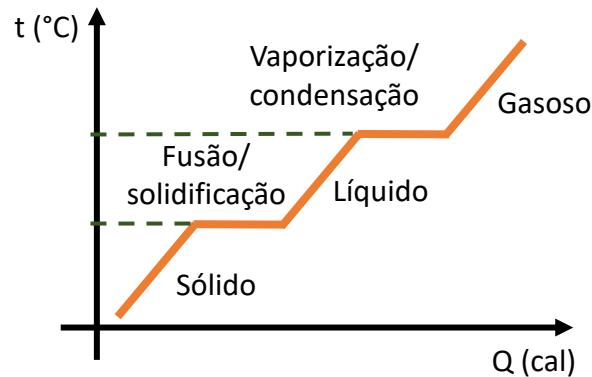
## Dados da água

Água  $c_a = 1,0 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$   
 Vapor  $c_v = 0,5 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$   
 Gelo  $c_g = 0,5 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$   
 Fusão  $L_f = 80 \text{ cal/g}$   
 Ebulição  $L_e = 540 \text{ cal/g}$

## Legenda

t = temperatura ( °C, graus celsius)  
 T = temperatura (K, kelvins)  
 l = comprimento (m, metros)  
 A = área (m<sup>2</sup>)  
 V = volume (m<sup>3</sup>)  
 $\alpha$  = coef. dilat. linear (°C<sup>-1</sup>)  
 $\beta$  = coef. dilat. superficial (°C<sup>-1</sup>)  
 $\gamma$  = coef. dilat. volumétrica (°C<sup>-1</sup>)  
 k = condutividade térmica (cal/s.m.°C)  
 $\phi$  = fluxo de calor (cal/s)  
 Q = quantidade de calor (cal, calorias)  
 m = massa (kg ou g)  
 C = capacidade térmica (cal/°C)  
 c = calor específico (cal/g.°C)  
 L = calor latente (cal/g)

1 cal = 4,18 J



## Mudanças de fase

- 1 – liquefação/fusão
- 2 – solidificação
- 3 – evaporação/ebulição
- 4 – condensação
- 5 – sublimação
- 6 – desublimação

Placa bimetálica



Esquentando



Esfriando



Sustância	$\alpha$ (°C <sup>-1</sup> )	c (cal/g.°C)
Alumínio	24 . 10 <sup>-6</sup>	0,220
Chumbo	29 . 10 <sup>-6</sup>	0,031
Cobre	17 . 10 <sup>-6</sup>	0,093
Ferro	12 . 10 <sup>-6</sup>	0,119
Ouro	14 . 10 <sup>-6</sup>	0,031
Prata	19 . 10 <sup>-6</sup>	0,056
Platina	9 . 10 <sup>-6</sup>	0,032
Vidro	9 . 10 <sup>-6</sup>	0,118

# 5. Termologia II

## Gases perfeitos

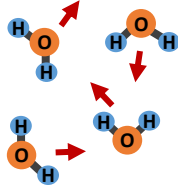
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$\frac{p_f \cdot V_f}{T_f} = \frac{p_i \cdot V_i}{T_i}$$

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \quad \text{Monoatômico}$$

$$U = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \quad \text{Diatômico}$$

$$H = U + p \cdot V \quad n = \frac{m}{M}$$



**Lei de Joule:** a energia interna de uma dada massa gasosa depende exclusivamente da temperatura.

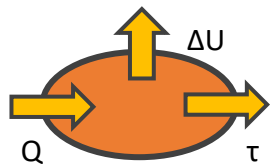
## Termodinâmica

**0ª lei** – Os corpos naturalmente entram em equilíbrio térmico.  $\Sigma Q = 0$

**1ª lei** – A energia não pode ser criada ou destruída, ela apenas se transforma.  $Q = \tau + \Delta U$

**2ª lei** – A energia térmica flui naturalmente do mais quente para o mais frio.  $\Delta S \geq 0$

**3ª lei** – A variação de entropia tende a zero quando a temperatura tende ao zero absoluto.  $\lim_{T \rightarrow 0} \Delta S = 0$



$$Q = \tau + \Delta U$$

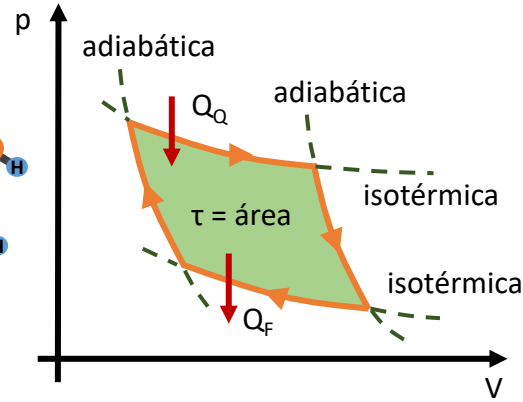
## Conservação de energia

Ciclo fechado:  $\Delta U = 0$   
sentido horário  $\tau > 0$   
e anti-horário  $\tau < 0$

Calor recebido ( $Q > 0$ ) Trabalho realizado ( $\tau > 0$ )  
Calor cedido ( $Q < 0$ ) Trabalho recebido ( $\tau < 0$ )

Aumento da energia cinética do gás ( $\Delta U > 0$ )  
Redução da energia cinética do gás ( $\Delta U < 0$ )

## Processos termodinâmicos

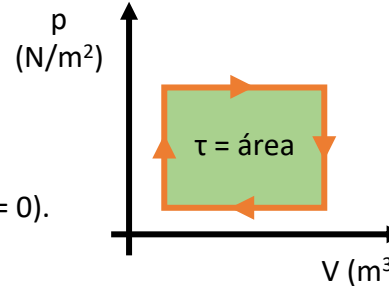
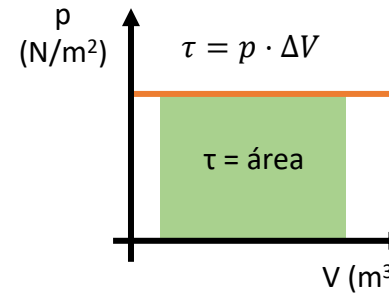


Isobárico: pressão constante ( $\tau = p \cdot \Delta V$ ).

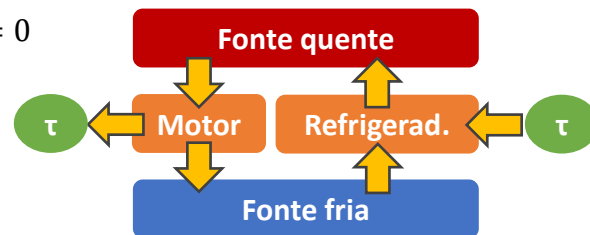
Isotérmico: temperatura constante ( $\Delta U = 0$ ).

Isométrico: volume constante ( $\tau = 0$ ).

Adiabático: sem troca de calor ( $Q = 0$ ).



## Máquinas térmicas



$$\tau = Q_Q - Q_F$$

Ciclo de Carnot

$$\eta = \frac{\tau}{Q_Q} = 1 - \frac{Q_F}{Q_Q}$$

$$\frac{Q_Q}{T_Q} = \frac{Q_F}{T_F}$$

Máximo rendimento teórico.

$$\varepsilon = \frac{Q_F}{\tau}$$

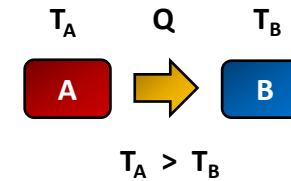
$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \quad \varepsilon = \frac{T_F}{T_Q - T_F}$$

## Entropia

Calor recebido ( $Q > 0$ )  
Calor cedido ( $Q < 0$ )

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

$$\Delta S_{ciclo} = 0$$



$$T_A > T_B$$

## Legenda

- t = temperatura ( °C, graus célsius)
- T = temperatura (K, kelvins)
- A = área (m<sup>2</sup>)
- V = volume (m<sup>3</sup>)
- Q = quantidade de calor (cal, calorias)
- m = massa (kg ou g)
- M = massa molar (g/mol)
- Q<sub>Q</sub> = Calor da fonte quente (cal ou J)
- Q<sub>F</sub> = Calor da fonte fria (cal ou J)
- τ = trabalho (cal ou J)
- η = rendimento
- ε = eficiência
- U = energia interna (cal ou J)
- H = entalpia (cal ou J)
- n = número de mols
- p = pressão (N/m<sup>2</sup> ou atm)

R = 0,082 atm.l/mol.K  
1 cal = 4,18 J  
1 atm = 1,03.10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup>

Você não vai passar!

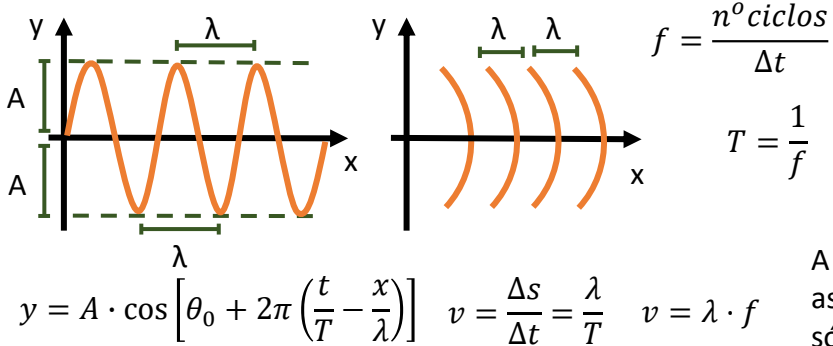


A Física é a mais difícil e lendária das matérias. Não seja como o Balrog, um bicho feio que só dorme nas profundezas da sala e depois fica pegando fogo de raiva querendo passar de ano. Então, o Gandalf já mandou o recado para ele. Acesse [www.farlei.net](http://www.farlei.net) e venha estudar!

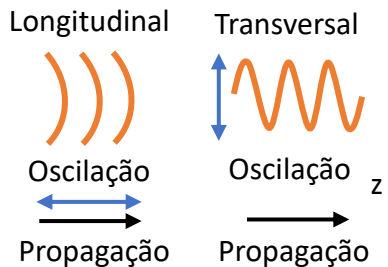


# 6. Ondulatória

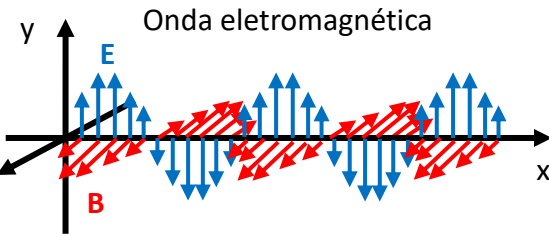
## Elementos da onda



## Tipo e natureza das ondas



As ondas mecânicas oscilam a matéria e as eletromagnéticas oscilam os campos.



**Olho humano**  
700 a 400 nm  
400 a 750 THz

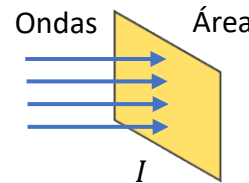
**Ouvido humano**  
20 a 20.000 Hz

## Intensidade

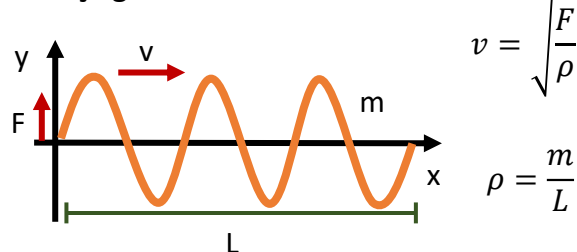
$$I = \frac{Pot}{\text{área}}$$

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

Limiar da audição:  
 $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$



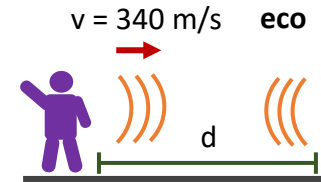
## Força geradora de onda



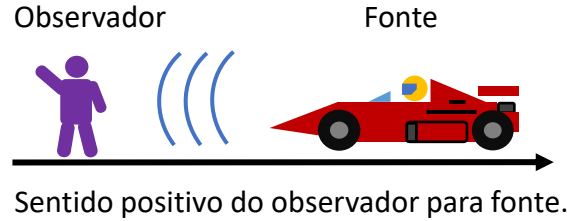
## Eco

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2 \cdot d}{\Delta t}$$

Para gerar eco o "d" mínimo é de 17 m pois o "Δt" mínimo para o ouvido humano é de 0,1s.



## Efeito Doppler



$$\frac{f_{Obs}}{v_{som} \pm v_{obs}} = \frac{f_{Fonte}}{v_{som} \pm v_{Fonte}}$$

A velocidade de uma onda só depende do meio, assim a velocidade da fonte e/ou do observador só alteram a "f" e o "λ".  $v_{som} = 340 \text{ m/s}$

## Fenômenos

**Reflexão:** parte da onda fica no mesmo meio e muda de direção com ângulo de reflexão igual ao de incidência, no mesmo plano.

**Refração:** parte da onda desvia a trajetória ao mudar de meio. A "f" se mantém, "λ" e "v" se alteram.

**Absorção:** parte da energia da onda é absorvida pelo meio.

**Interferência:** as amplitudes das ondas se somam ou se subtraem quando uma passa pela outra.

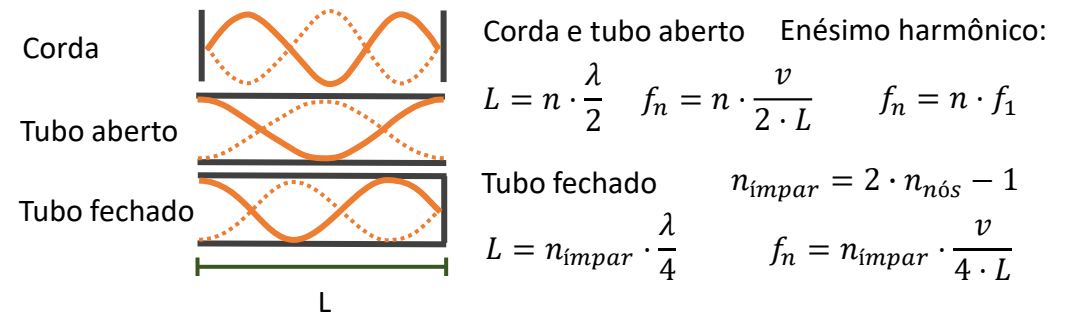
**Batimento:** interferência com as ondas de "f" próximas, a "A" varia ficando o som forte e fraco.

**Difração:** a onda se esparrama ao passar por um obstáculo ou fenda de tamanho proporcional ao "λ".

**Ressonância:** a onda faz vibrar um objeto cujo material tenha a frequência natural igual a sua.

**Polarização:** a onda transversal é obrigada a vibrar só em um plano.

## Ondas estacionárias



## Legenda

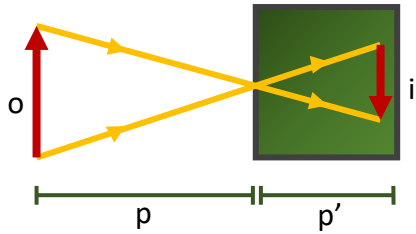
t = tempo (s, segundos)  
 T = período (s)  
 f = frequência (Hz, hertz)  
 s = espaço (m, metros)  
 d = distância (m)  
 λ = comprimento de onda (m)  
 A = amplitude (m)  
 v = velocidade (m/s)  
 m = massa (kg, quilograma)  
 F = força (N, newtons)  
 L = comprimento (m)  
 ρ = densidade linear (kg/m)  
 Pot = potência (W, watts)  
 I = intensidade sonora (W/m<sup>2</sup>)  
 β = nível sonoro (dB, decibel)  
 n = número de harmônicos

## Acústica

Altura é igual a frequência:  
 f < é grave e f > é agudo.  
 Intensidade é o "volume":  
 I < é fraco e I > é forte.  
 O som é de 20 a 20.000 Hz:  
 < infra-som e > ultra-som.

# 7. Óptica I

## Câmara escura

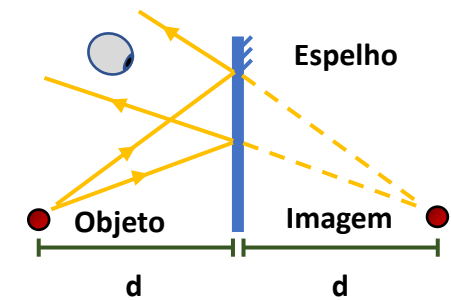


$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

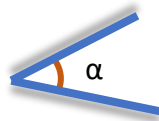
A luz se propaga sempre em linha reta no vácuo.

O olho humano funciona como uma câmara escura.

## Espelho plano



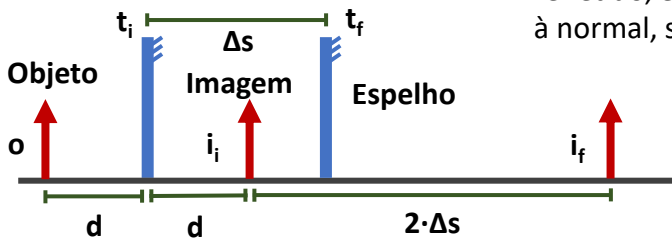
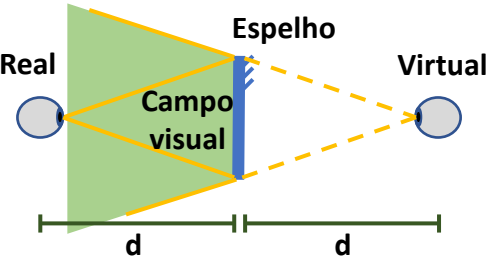
## Dois espelhos planos



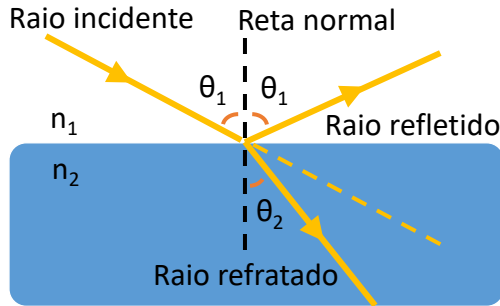
$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

## Leis da reflexão:

- Os raios incidente e refletido estão sempre no mesmo plano.
- Os ângulos dos raios incidente e refletido, em relação à normal, são iguais.



## Reflexão e refração

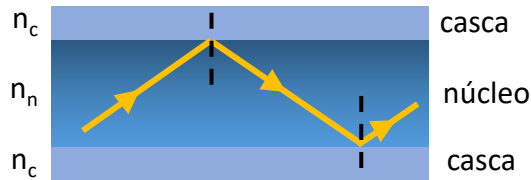


$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2 \quad n = \frac{c}{v}$$

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2}$$

Ângulo Limite:  $\text{sen } \theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$

## Fibra óptica



$$\text{sen } L = \frac{n_c}{n_n} \quad n_n > n_c$$

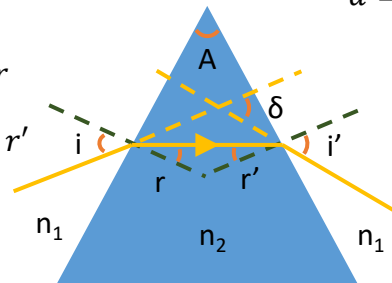
## Prisma

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

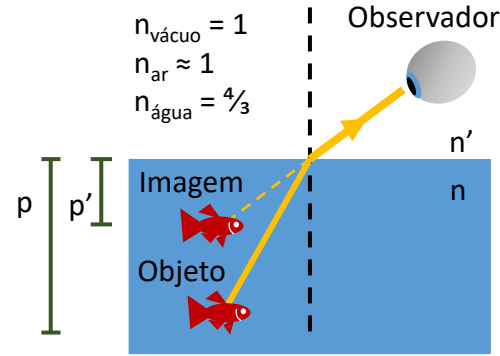
$$n_1 \cdot \text{sen } i' = n_2 \cdot \text{sen } r'$$

$$A = r + r'$$

$$\delta = i + i' - A$$



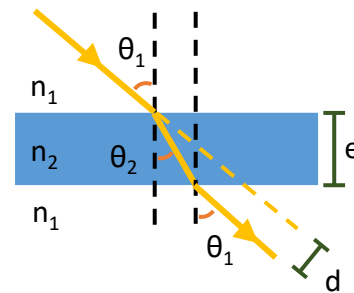
## Profundidade aparente



O  $n$  e o  $p$  se referem ao objeto, o  $p'$  à imagem e o  $n'$  ao observador.

$$\frac{n}{p} = \frac{n'}{p'}$$

## Deslocamento lateral



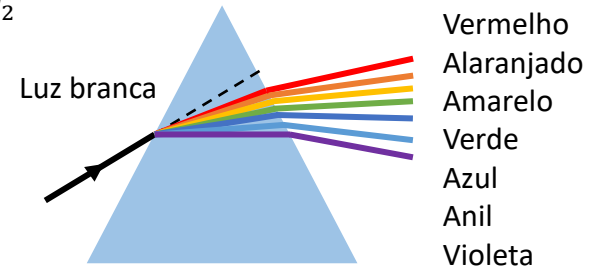
$$d = \frac{e \cdot \text{sen}(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$$

## Legenda

- $v$  = velocidade (m/s)
- $c$  = veloc. da luz ( $3 \cdot 10^8$  m/s)
- $\lambda$  = comprimento de onda (m)
- $p$  = distância do objeto (m)
- $p'$  = distância da imagem (m)
- $o$  = altura do objeto (m)
- $i$  = altura da imagem (m)
- $n$  = índice de refração
- $\theta$  = ângulo (graus)
- $\alpha$  = ângulo (graus)
- $d$  = deslocamento (m)
- $e$  = espessura (m)
- $N$  = número de imagens

## Leis da refração:

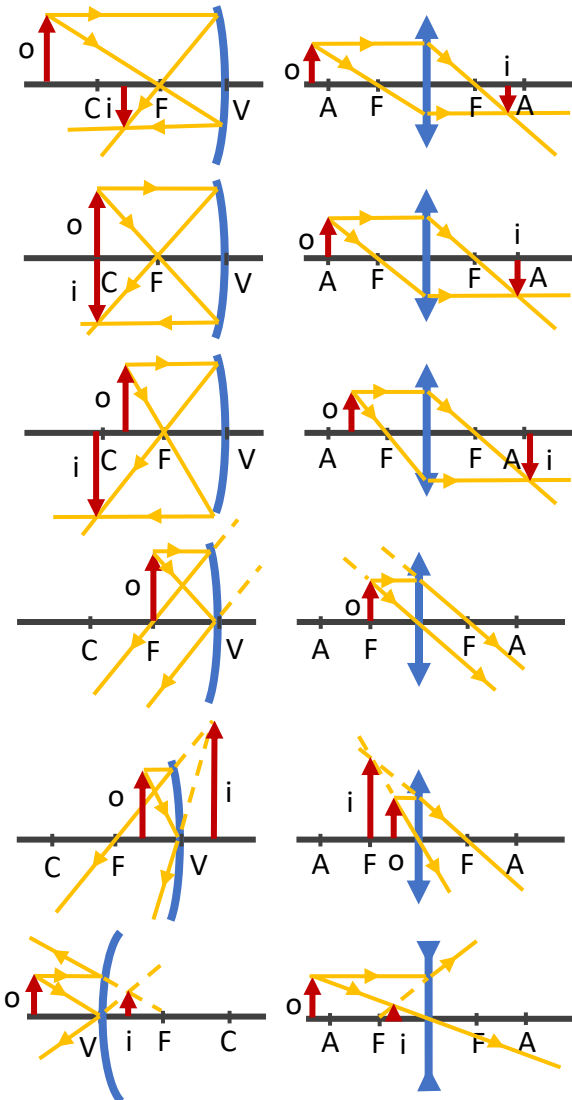
- Os raios incidente e refletido estão sempre no mesmo plano.
- Os ângulos dos raios incidente e refletido, em relação à normal, são iguais:  $n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$ .





# 8. Óptica II

## Formação gráfica de imagens



Objeto antes de C ou A, imagem real, invertida e menor.

Objeto sobre C ou A, imagem real, invertida e de igual tamanho.

Objeto entre C ou A e F, imagem real, invertida e maior.

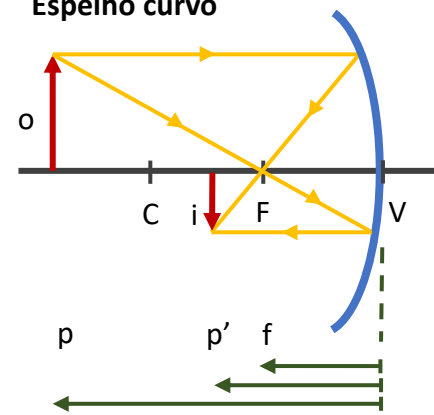
Objeto sobre o F, imagem imprópria.

Objeto entre F e V, imagem virtual, direita e maior.

Espelho convexo ou lente divergente, imagem virtual, direita e menor.

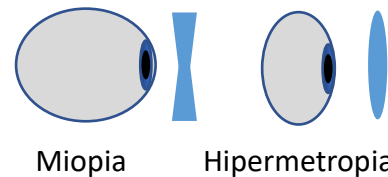
## Formação analítica de imagens

### Espelho curvo



**Tipo de espelho ou lente**  
 $f > 0 \rightarrow$  côncavo ou convergente  
 $f < 0 \rightarrow$  convexo ou divergente

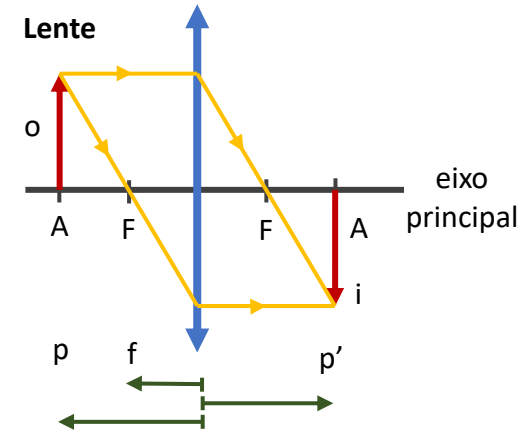
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \quad f = \frac{R}{2} \quad V = \frac{1}{f} \quad \text{Lentes justapostas} \quad V = V_1 + V_2 + \dots$$



Miopia      Hipermetropia

O globo ocular é amassado, na miopia a imagem se forma antes da retina, na hipermetropia depois. No astigmatismo o globo ocular é assimétrico.

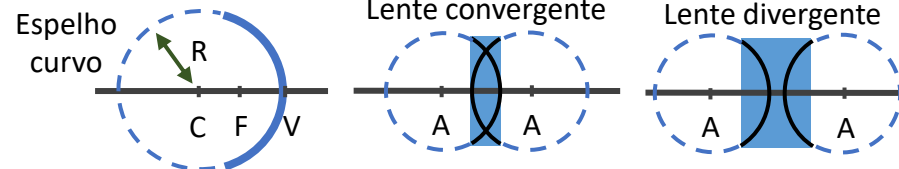
### Lente



**Imagem**  
 $i > 0 \rightarrow$  direita       $p' > 0 \rightarrow$  real  
 $i < 0 \rightarrow$  invertida       $p' < 0 \rightarrow$  virtual

Equação dos fabricantes de lentes

$$V = \left( \frac{n_{lente}}{n_{ar}} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



## Legenda

$f$  = distância focal (m)  
 $p$  = distância do objeto (m)  
 $P'$  = distância da imagem (m)  
 $o$  = altura do objeto (m)  
 $i$  = altura da imagem (m)  
 $A$  = aumento (*adimensional*)  
 $V$  = vergência (di, dioptrias)

## Pontos do eixo principal

$F$  = foco  
 $V$  = vértice  
 $C$  = centro de curvatura  
 $O$  = centro óptico  
 $A$  = ponto antiprincipal  
 $R$  = raio de curvatura




## Raios notáveis

- Ambas se correspondem, a direção paralela ao eixo principal e a que passa pelo  $F$ .
- O raio que vai ao  $C$  volta sobre si mesmo.
- O raio que vai ao  $V$  terá o ângulo de reflexão igual ao de incidência.

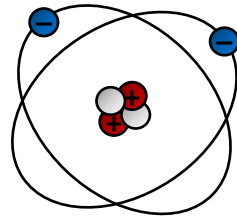
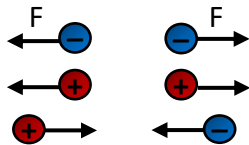
Na lente ou no espelho, onde os raios se cruzam (exceto no foco) a imagem é real, mas se as projeções se cruzam então a imagem é virtual. Porém, se em nenhum caso se cruzam, então a imagem é imprópria.

# 9. Eletricidade I

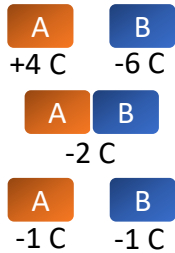
## Carga elétrica

-  Próton
-  Nêutron
-  Elétron
- $Q = \pm n \cdot e$

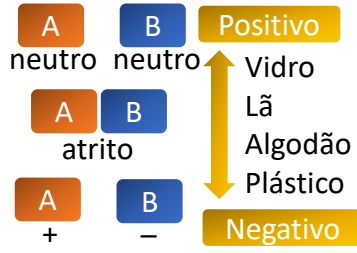
Cargas iguais se repelem e opostas se atraem.



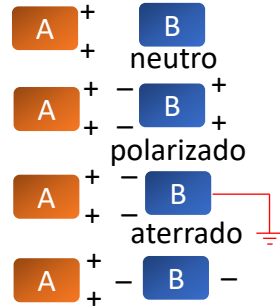
## Contato



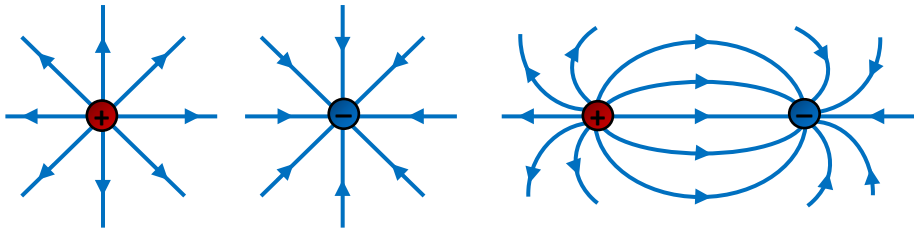
## Atrito



## Indução

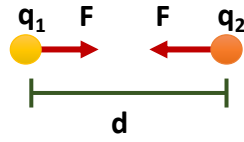


## Linhas de campo elétrico



As linhas de campo elétrico saem de cargas positivas e entram nas cargas negativas, enquanto as de campo magnético são fechadas em si mesmas e em torno do movimento de uma partícula portadora de carga elétrica. As linhas de campo nunca se cruzam. Quanto mais intenso é o número de linhas mais forte é o campo nesse local. O vetor do campo é sempre tangente à linha em qualquer ponto considerado.

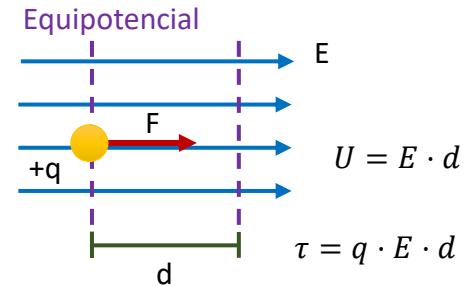
## Força e campo elétrico



$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} \quad F = E \cdot q$$

$$E = k \cdot \frac{Q}{d^2} \quad k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon}$$

## Campo Elétrico Uniforme (CEU)



Trabalho de A para B:

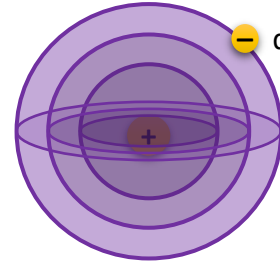
$$\tau_{AB} = -q \cdot (V_B - V_A)$$

## Potencial elétrico

$$V = k \cdot \frac{Q}{d}$$

$$V = E \cdot d$$

$$\text{Energia} = V \cdot q$$



Uma carga elétrica não gasta energia ao se mover sobre linhas ou superfícies equipotenciais.

## Legenda

- Q = carga elétrica (C, coulombs)
- q = carga elétrica de prova (C)
- e = carga elementar =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C
- n = número de elétrons
- U = tensão elétrica (V, volts)
- F = força (N, newtons)
- $\tau$  = trabalho (J, joules)
- E = campo elétrico (N/C ou V/m)
- C = capacitância (F, farads)
- d = distância (m, metros)
- L = comprimento (m)
- A = área (m<sup>2</sup>)
- k = constante eletrostática (N.m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>)
- $\epsilon$  = permissividade elétrica (F/m)

$$k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

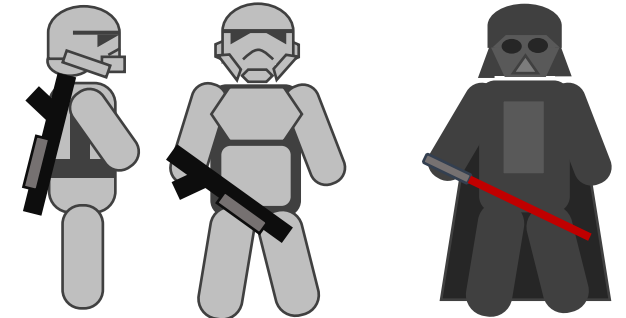
As suas aulas de Física foram para o lado negro da força? Você precisa de treinamento para essa batalha épica?

Acesse o site [www.farlei.net](http://www.farlei.net) e o perfil no Instagram [@prof.farlei](https://www.instagram.com/prof.farlei) para encontrar as melhores aulas de Física.

E venha para o lado negro da força... Meu filho!

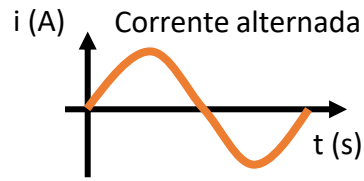
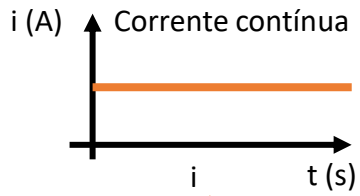
Senhor, tem um aluno feio reclamando que Física é difícil.

Matem todos!



# 10. Eletricidade II

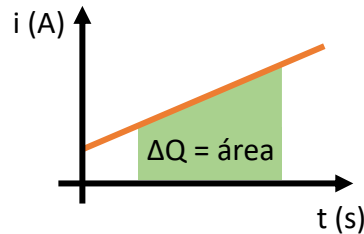
## Corrente elétrica



$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

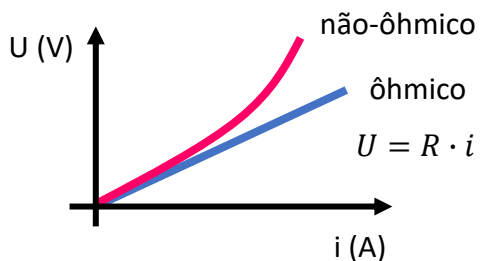
$$Q = \pm n \cdot e$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$$

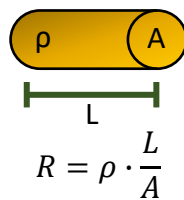


## Resistência elétrica

1ª Lei de Ohm



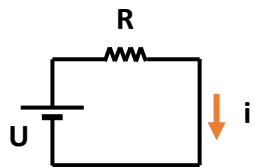
2ª Lei de Ohm



Resistência não-ôhmica variando com a temperatura

$$R = R_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_0)]$$

$$\rho = \rho_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_0)]$$



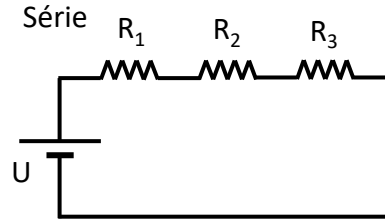
## Potência elétrica

$$P = i \cdot U \quad P = R \cdot i^2 \quad P = \frac{U^2}{R}$$

$$1 kWh = 3,6 \cdot 10^6 J \quad P = \frac{\text{energia}}{\text{tempo}}$$

**Efeito Joule:** quando a corrente elétrica atravessa um condutor parte da energia elétrica se transforma em energia térmica e o aquece.

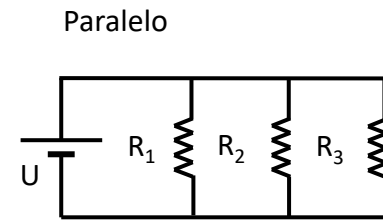
## Associação de resistores



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$i_{total} = i_1 = i_2 = i_3$$

$$U_{total} = U_1 + U_2 + U_3$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$i_{total} = i_1 + i_2 + i_3$$

$$U_{total} = U_1 = U_2 = U_3$$

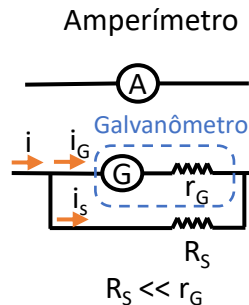
“n” iguais em paralelo

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

Só dois em paralelo

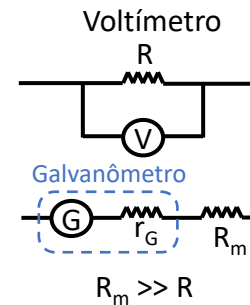
$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

## Medidores elétricos



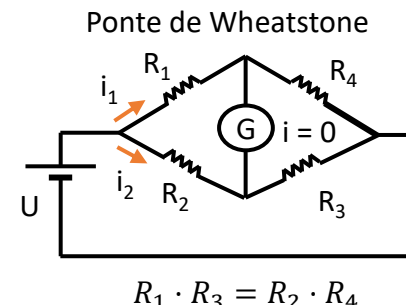
$$i = i_g + i_s$$

$$U_G = U_s$$



$$i_G = i_m$$

$$U = U_G + U_m$$



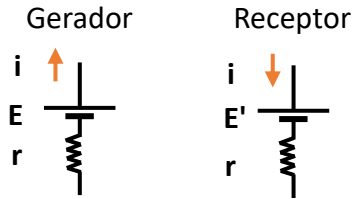
Acesse o site [www.farlei.net](http://www.farlei.net) e o perfil no Instagram @prof.farlei para conhecer mais.

Oremos pelas *almas penadas* que já estão na universidade, porém tirando o atraso do ensino médio que fizeram.



# 11. Eletricidade III

## Geradores e receptores



$$U = E - r \cdot i \quad U = E' + r \cdot i$$

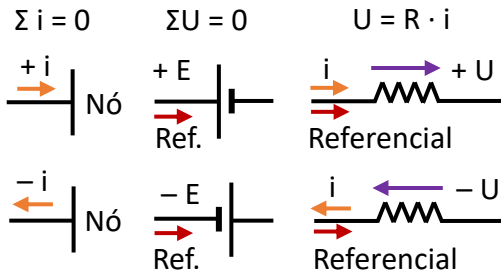
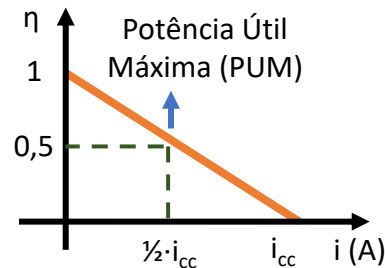
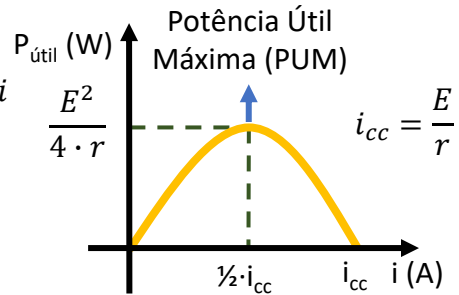
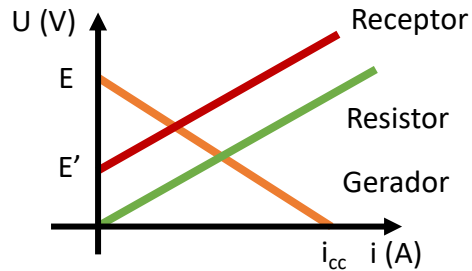
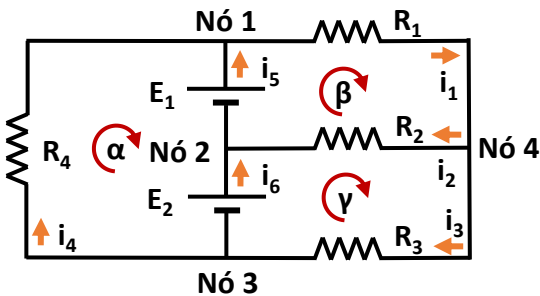
$$\eta = \frac{U}{E} \quad \eta = \frac{E'}{U}$$

Geradores e receptores em série.

$$i = \frac{\Sigma E - \Sigma E'}{\Sigma R}$$

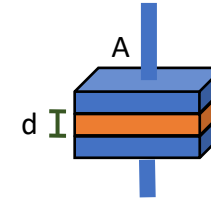
## Leis de Kirchhoff

- 1ª Lei:  $\Sigma i = 0$  em cada nó.
- 2ª lei:  $\Sigma U = 0$  em cada malha.

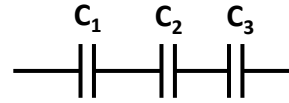


## Capacitores

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{Energia} = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad C = \frac{\epsilon \cdot A}{d}$$



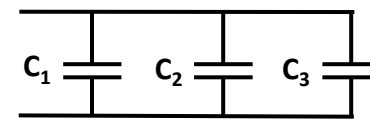
Série



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$Q_{total} = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

Paralelo

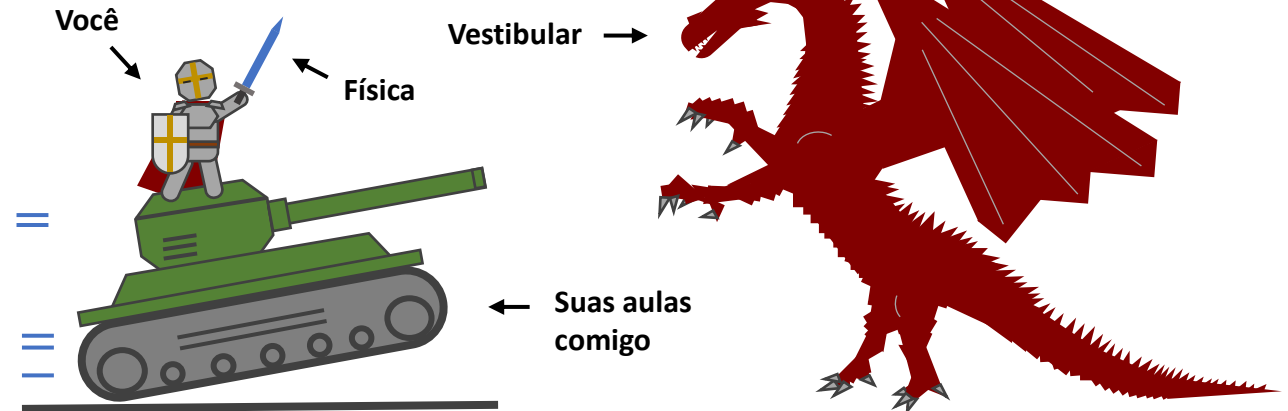


$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$Q_{total} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Por que não buscar aulas de Física de graça na internet? Porque, talvez você deseje essa transformação de forma mais eficiente, mais rápida, menos dolorosa, cometendo menos erros e já percebeu que pagando sai mais barato.

Ter aulas organizadas e um conteúdo confiável, vale o seu investimento? Deixe esse pensamento amadurecer.



## Legenda

- $i$  = corrente elétrica (A, ampères)
- $i_{cc}$  = corrente de curto-circuito (A)
- $Q$  = carga elétrica (C, coulombs)
- $U$  = tensão elétrica (V, volts)
- $R$  = resistência ( $\Omega$ , ohms)
- $\eta$  = rendimento
- $E$  = força eletromotriz (V)
- $E'$  = força contra eletromotriz (V)
- $r$  = resistência interna ( $\Omega$ )
- $A$  = área ( $m^2$ )
- $C$  = capacitância (F, farads)
- $d$  = distância (m, metros)
- $\epsilon$  = permissividade elétrica (F/m)

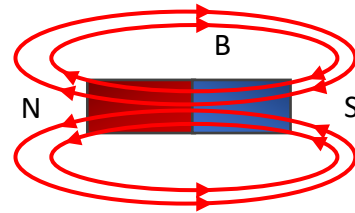
$$k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

# 12. Magnetismo

## Campo magnético

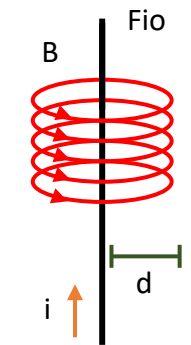
O movimento dos elétrons das moléculas da magnetita ( $Fe_3O_4$ ) alinhadas formam o campo magnético do imã.



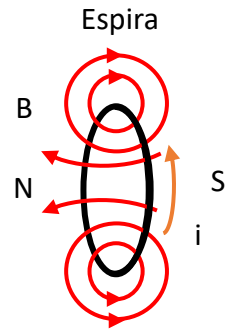
As linhas de campo elétrico saem de cargas positivas e entram nas cargas negativas, enquanto as de campo magnético são fechadas em si mesmas e em torno do movimento de uma partícula portadora de carga elétrica.

As linhas de campo nunca se cruzam.

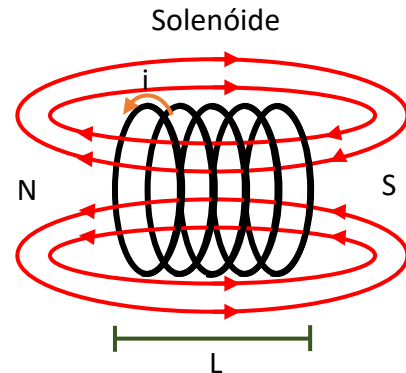
Quanto mais intenso é o número de linhas mais forte é o campo nesse local. O vetor do campo é sempre tangente à linha em qualquer ponto considerado.



$$B_{fio} = \frac{\mu \cdot i}{2\pi \cdot d}$$



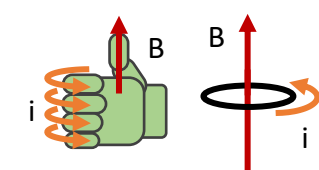
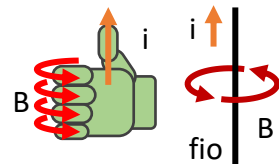
$$B_{espira} = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot raio}$$



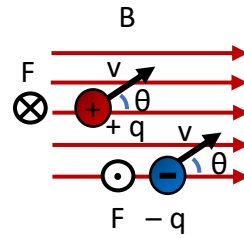
$$B_{solenóide} = \frac{\mu \cdot i \cdot N}{L}$$

Regra da mão direita

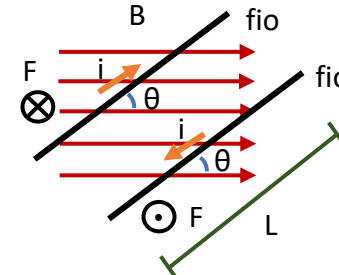
- ⊙ saindo do papel
- ⊗ entrando no papel



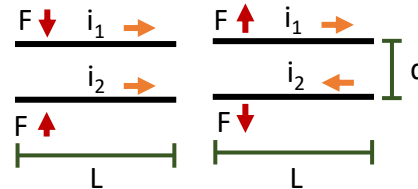
## Força magnética



$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta$$



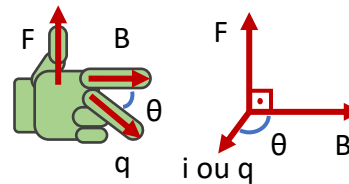
$$F = i \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\theta$$



Fios paralelos

$$F = \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot L}{2\pi \cdot d}$$

Regra da mão esquerda

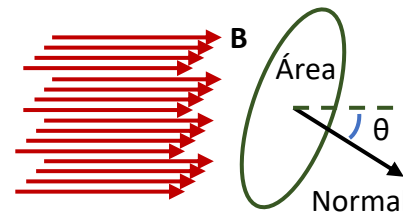


Se a carga for negativa o sentido da força se altera.

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\theta$$

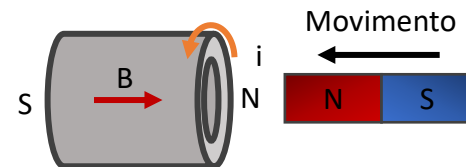
$$F = i \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}\theta$$

## Indução eletromagnética

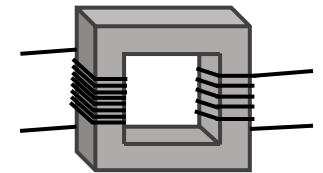


$$\phi = B \cdot A \cdot \cos\theta \quad fem = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

**Lei de Lenz:** o B induzido na bobina se opõe ao movimento do imã que o gerou, transformando energia cinética do imã em energia elétrica na bobina.



## Transformador



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{i_2}{i_1}$$

## Legenda

$i$  = corrente elétrica (A, ampères)

$U$  = tensão elétrica (V, volts)

$q$  = carga elétrica (C, coulombs)

$v$  = velocidade (m/s)

$c$  = veloc. da luz ( $3 \cdot 10^8$  m/s)

$t$  = tempo (s, segundos)

$F$  = força (N, newtons)

$E$  = campo elétrico (N/C ou V/m)

$B$  = campo magnético (T, teslas)

$fem$  = força eletromotriz (V)

$d$  = distância (m, metros)

$L$  = comprimento (m)

$A$  = área ( $m^2$ )

$\phi$  = fluxo magnético (Wb, weber)

$N$  = número de espiras

$\mu$  = permissividade magnética (T.m/A)

$\epsilon$  = permissividade elétrica (F/m)

$$k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

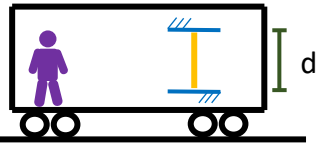
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad \epsilon_0 \cdot \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T.m/A}$$

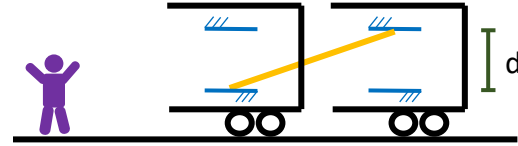
# 13. Moderna I

## Relatividade

Referencial S'



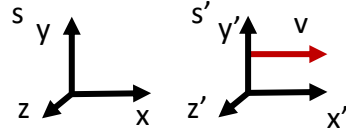
Referencial S



O tempo dilata e o espaço contrai conforme a velocidade aumenta.

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$L' = L \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E = m \cdot c^2$$

Massa é uma propriedade da matéria que pode ser convertida em energia.

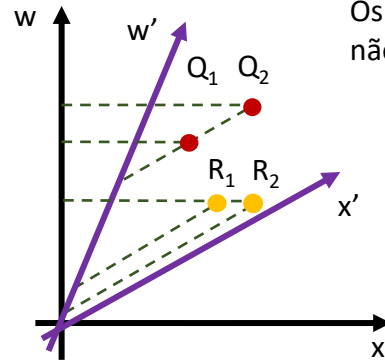
### Princípios da relatividade restrita

1. As leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais. Não existe nenhum sistema inercial preferencial.
2. A velocidade da luz no vácuo tem sempre o mesmo valor e sua medida independe do movimento do observador ou do movimento da fonte.

### Princípios da relatividade geral

1. Nenhum observador tem a capacidade de identificar se está em um referencial acelerado ou não.
2. Princípio da Equivalência: Para todos os aspectos os efeitos de se estar acelerado ou sob a ação de um campo gravitacional são equivalentes.

## Espaço-tempo de Minkowski



Os eventos  $R_1$  e  $R_2$  são simultâneos para  $S$ , mas não o são para  $S'$ , e o contrário para  $Q_1$  e  $Q_2$ .

2 dimensões

$$s^2 = x^2 + y^2$$

3 dimensões

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

4 dimensões

$$s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

$$w = i \cdot c \cdot t \quad i = \sqrt{-1}$$

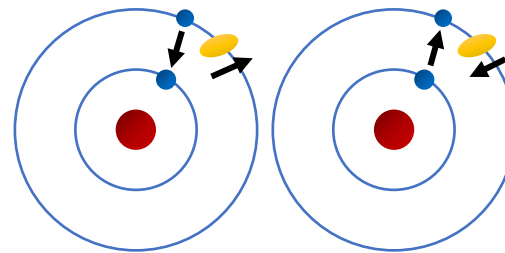
## Legenda

- s = espaço (m, metros)
- t = tempo (s, segundos)
- c = veloc. da luz ( $3 \cdot 10^8$  m/s)
- E = energia (J, joules)
- h = const. Planck ( $6,63 \cdot 10^{-34}$  J.s)
- f = frequência (Hz, hertz)
- T = temperatura (K, kelvin)
- $\lambda$  = comprimento onda (m)
- v = velocidade (m/s)
- m = massa (kg)
- Q = quantid. mov. (kg.m/s)

## Física Quântica

fóton emitido

fóton absorvido



$$E = h \cdot f$$

Temperatura da fonte

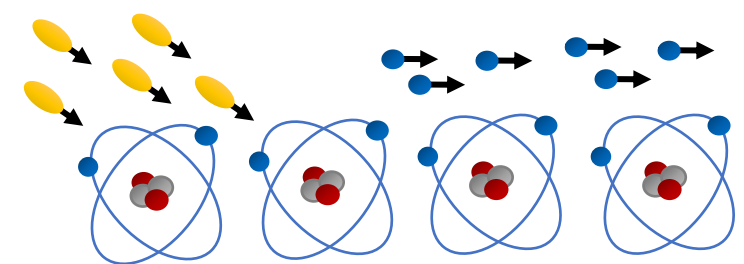
$$v = \lambda \cdot f$$

$$\frac{f_{\text{pico}}}{T} = 1,03 \cdot 10^{11} \text{ Hz/K}$$

## Efeito fotoelétrico

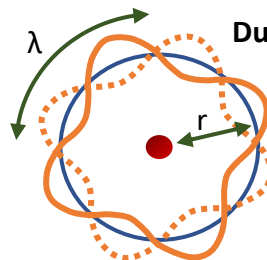
fótons incidentes

elétrons impulsionados



Fótons acima da frequência mínima ( $E_{\text{min}} = h \cdot f_{\text{min}}$ ) dão energia cinética aos elétrons ( $E_c = h \cdot f - E_{\text{min}}$ ), e a faixa de frequência depende de cada material.

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$



## Dualidade onda-partícula

$$Q = m \cdot v$$

$$\lambda = \frac{h}{Q} = \frac{h}{m \cdot v}$$

## Princípio da incerteza

$$\Delta x \cdot \Delta Q_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta y \cdot \Delta Q_y \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta z \cdot \Delta Q_z \geq \frac{h}{4\pi}$$

Devido à dualidade onda-partícula há um valor mínimo de incerteza  $\Delta$ , de forma que se um diminui o outro aumenta.

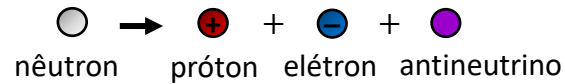


# 14. Moderna II

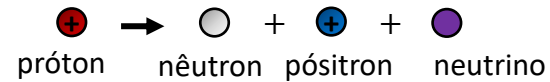
## Física Nuclear

Força nuclear fraca (decaimento beta)

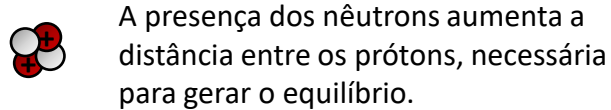
Decaimento beta menos



Decaimento beta mais

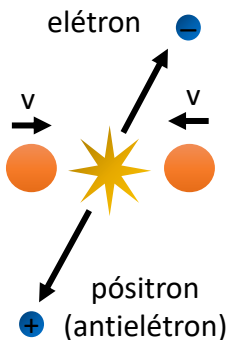


Força nuclear forte (vence repulsão dos prótons)

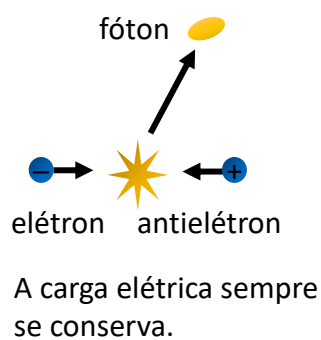


## Antimatéria

Criação de partículas



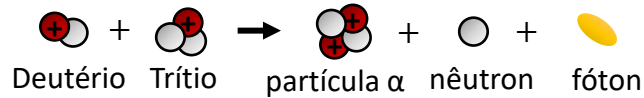
Aniquilação de partículas



Armas nucleares

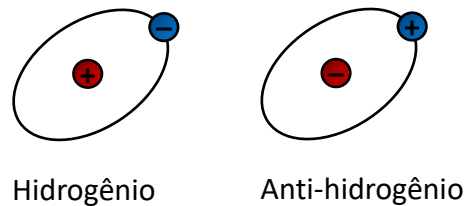
Fissão nuclear: quebra de Urânio ou Plutônio.  
 Minério de Urânio 238 (99,3%) e 235 (0,7%)  
 Enriquecimento acima de 90% do Urânio 235.  
 Urânio 238 → Netúnio 239 → Plutônio 239.

Fusão nuclear: junção de isótopos de Hidrogênio



Energia medida em equivalente à liberada por toneladas de dinamite, sendo em quiloton (mil toneladas) ou megaton (milhões de toneladas).

A antimatéria é o inverso da matéria, tal como a imagem em um espelho, tendo as mesmas características, mas com a carga elétrica invertida.



## Partículas elementares

		Férmions			Bósons	
Quarks	massa	2,2 MeV/c <sup>2</sup>	1,28 GeV/c <sup>2</sup>	173,1 GeV/c <sup>2</sup>	0	125 GeV/c <sup>2</sup>
	carga	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
Leptons	spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
	nome	u up	c charm	t top	g gluon	H higgs
		4,7 MeV/c <sup>2</sup>	96 MeV/c <sup>2</sup>	4,18 GeV/c <sup>2</sup>	0	
		$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		
	d down	s strange	b bottom	$\gamma$ photon		
	0,51 MeV/c <sup>2</sup>	106 MeV/c <sup>2</sup>	1,78 GeV/c <sup>2</sup>	91,2 GeV/c <sup>2</sup>		
	-1	-1	-1	0		
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		
	e elétron	$\mu$ muon	$\tau$ tau	$Z^0$ weak force		
	< 1,0 eV/c <sup>2</sup>	< 0,17 MeV/c <sup>2</sup>	< 18,2 MeV/c <sup>2</sup>	80,4 GeV/c <sup>2</sup>		
	0	0	0	$\pm 1$		
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		
	$\nu_e$ neutrino do e	$\nu_\mu$ neutrino do $\mu$	$\nu_\tau$ neutrino do $\tau$	$W^\pm$ weak force		
	Bárions	Mésons				
	940 MeV/c <sup>2</sup>	940 MeV/c <sup>2</sup>	140 MeV/c <sup>2</sup>	140 MeV/c <sup>2</sup>		
	0	0	+1	-1		
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0		
	ddu nêutron	$\bar{d}\bar{u}$ antineutron	$u\bar{d}$ píon mais	$d\bar{u}$ píon menos		
	938 MeV/c <sup>2</sup>	938 MeV/c <sup>2</sup>	494 MeV/c <sup>2</sup>	494 MeV/c <sup>2</sup>		
	+1	-1	+1	-1		
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0		
	duu próton	$\bar{d}\bar{u}\bar{u}$ antipróton	$u\bar{s}$ k mais	$s\bar{u}$ k menos		
	1672 MeV/c <sup>2</sup>	1672 MeV/c <sup>2</sup>	770 MeV/c <sup>2</sup>	770 MeV/c <sup>2</sup>		
	-1	+1	+1	-1		
	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	1		
	$\Omega^-$ Ômega menos	$\Omega^+$ Ômega mais	$\rho^+$ rho mais	$\rho^-$ rho menos		

Bósons vetoriais  
Bósons escalares

# 15. Análise dimensional

## Sistema Internacional de Unidades (SI)

Grandeza	Unidade	Base
Comprimento	metro (m)	L
Massa	quilograma (kg)	M
Tempo	segundo (s)	T
Corrente elétrica	ampère (A)	I
Temperatura termodinâmica	kelvin (K)	$\theta$
Quantidade de matéria	mol (mol)	N
Intensidade luminosa	candela (cd)	$I_0$
Ângulo plano	radiano (rad)	
Ângulo sólido	esterradiano (sr)	

**Teorema de Bridgmann:** Toda grandeza física pode ser expressa a menos de um fator puramente numérico, sob forma de produto das potências das grandezas da base do sistema ao qual pertencem.

Sendo G uma grandeza baseada nas grandezas de base X, Y e Z.

$$G = k \cdot X^a \cdot Y^b \cdot Z^c$$

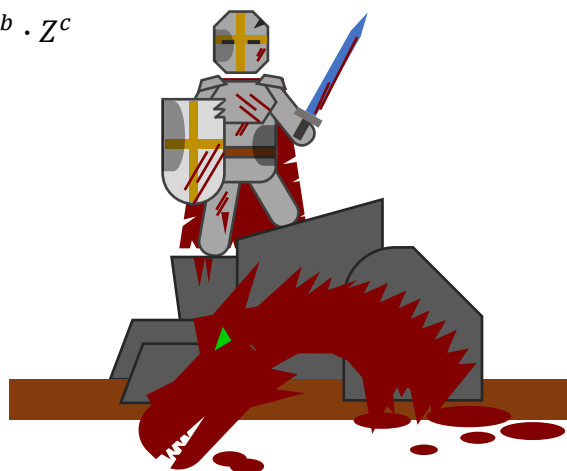
São números reais k, a, b e c.

### Homogeneidade dimensional:

Uma lei física não pode ser verdadeira se não for dimensionalmente homogênea.

Grandezas	Unidades
$Y = X$	$\rightarrow [Y] = [X]$
$Y = X + Z + W$	$\rightarrow [Y] = [X] + [Z] + [W]$

Grandeza	Base
velocidade	$L \cdot T^{-1}$
aceleração	$L \cdot T^{-2}$
força	$M \cdot L \cdot T^{-2}$
pressão	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$
energia	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$
potência	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$
área	$L^2$
volume	$L^3$
densidade	$M \cdot L^{-3}$
frequência	$T^{-1}$
carga elétrica	$A \cdot T$
tensão elétr.	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot A^{-1}$
resist. elétr.	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot A^{-2}$
campo elétr.	$M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot A^{-1}$
campo mag.	$L^{-1} \cdot A^{-1}$



## Prefixos numéricos

$y = 10^{-24}$	yocto
$z = 10^{-21}$	zepto
$a = 10^{-18}$	atto
$f = 10^{-15}$	fento
$p = 10^{-12}$	pico
$n = 10^{-9}$	nano
$\mu = 10^{-6}$	micro
$m = 10^{-3}$	mili
$c = 10^{-2}$	centi
$d = 10^{-1}$	deci
$da = 10^1$	deca
$h = 10^2$	hecto
$k = 10^3$	quilo
$M = 10^6$	mega
$G = 10^9$	giga
$T = 10^{12}$	tera
$P = 10^{15}$	peta
$E = 10^{18}$	exa
$Z = 10^{21}$	zeta
$Y = 10^{24}$	yotta

## Potência de dez

$$10^{+n} \begin{matrix} \curvearrowright \\ +n \end{matrix} \begin{matrix} \curvearrowleft \\ -m \end{matrix} 10^{-m}$$

$$(10^A)^B = 10^{A \cdot B}$$

$$10^A \cdot 10^B = 10^{A+B}$$

$$\frac{10^A}{10^B} = 10^{A-B}$$

$$\frac{1}{10^A} = 10^{-A}$$

$$10^0 = 1$$

$$1 \text{ mA} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,001 \text{ A}$$

$$1 \mu\text{C} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 0,000.001 \text{ C}$$

$$1 \text{ cm}^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = (10^3 \text{ m})^2 = 10^6 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ mm}^3 = (10^{-3} \text{ m})^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$$

## Sistemas numérico romano

1 I; 2 II; 3 III; 4 IV; 5 V; 6 VI; 7 VII; 8 VIII; 9 IX; 10 X; 20 XX; 30 XXX; 40 XL; 50 L; 60 LX; 70 LXX; 80 LXXX; 90 XC; 100 C; 200 CC; 300 CCC; 400 CD; 500 D; 600 DC; 700 DCC; 800 DCCC; 900 CM; 1000 M.

## Alfabeto grego

Letra	Nome	Som	Nº
A $\alpha$	alfa	a	1
B $\beta$	beta	b	2
$\Gamma \gamma$	gama	g	3
$\Delta \delta$	delta	d	4
E $\epsilon$	épsilon	é	5
$\zeta \zeta$	stigma	st	6
Z $\zeta$	dzeta	dz	7
H $\eta$	eta	ê	8
$\Theta \theta$	teta	th	9
I $\iota$	iota	i	10
K $\kappa$	capa	k	20
$\Lambda \lambda$	lambda	l	30
M $\mu$	mi	m	40
N $\nu$	ni	n	50
$\Xi \xi$	csi	ks	60
O $\omicron$	ómicron	ó	70
$\Pi \pi$	pi	p	80
$\rho \rho$	qoppa	q/b	90
P $\rho$	rô	r	100
$\Sigma \sigma$	sigma	s	200
T $\tau$	tau	t	300
Y $\upsilon$	ípsilon	ü/î	400
$\Phi \phi$	fi	f	500
X $\chi$	qui	kh	600
$\Psi \psi$	psi	ps	700
$\Omega \omega$	ômega	ô	800
$\var� \var�$	sampi	ss	900

Acesse o site [www.farlei.net](http://www.farlei.net) e o perfil no Instagram [@prof.farlei](https://www.instagram.com/prof.farlei) para conhecer mais produtos digitais, cursos online, aulas particulares e outros do autor deste Formulário de Física. Há produtos gratuitos e pagos.

# 16. Matemática I

A matemática é a  
linguagem na qual Deus  
escreveu o universo.  
Galileu Galilei

## Funções

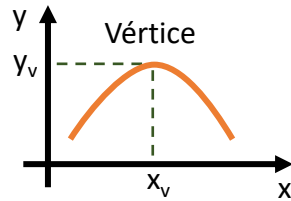
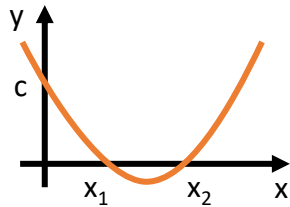
$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \quad \text{Se } a = 1 \quad y = a + b \cdot \text{sen}(m \cdot x + n) \quad \text{O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano.}$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \quad x_1 + x_2 = b \quad a \rightarrow \text{altera ponto de início} \quad \text{Isaac Newton}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \quad x_1 \cdot x_2 = c \quad b \rightarrow \text{altera amplitude e imagem}$$

$$m \rightarrow \text{altera abscissa}$$

$$n \rightarrow \text{altera período}$$



$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

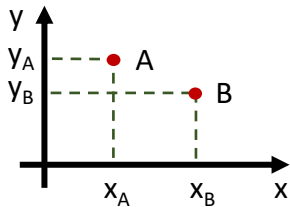
$$y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a}$$

**Bhaskara**

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

## Geometria analítica



Distância entre dois pontos

$$d_{AB}^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

Distância de um ponto P (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>)  
a uma reta r (a.x + b.y + c = 0).

$$d_{pr} = \left| \frac{a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Equação da reta

$$y = m \cdot x + n$$

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

$$m = \text{tg } x$$

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1 \quad (\text{se } p \cdot q \neq 0)$$

$$r // s \rightarrow m_r = m_s$$

$$r \perp s \Rightarrow m_r \cdot m_s = -1$$

Circunferência de centro em (a,b)

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$A \cdot x^2 + B \cdot y^2 + C \cdot x + D \cdot y + E = 0$$

$$a = \frac{C}{-2} \quad b = \frac{D}{-2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - E}$$

Ângulo formado entre duas retas

$$\text{tg } \theta = \left| \frac{m_r \cdot m_s}{1 + m_r \cdot m_s} \right|$$

Área de um triângulo

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot \det \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\pi = 3,141592654$$

$$e = 2,718281828$$

## Análise combinatória

$$p \leq n \quad n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 1$$

Arranjo

$$A_n^p = \frac{n!}{(n - p)!}$$

Combinação

$$C_n^p = \frac{n!}{(n - p)! \cdot p!}$$

Permutação

$$P_n = n! \quad (x + a)^n = \sum_{p=0}^n C_n^p \cdot a^p \cdot x^{n-p}$$

## Matemática financeira

Simplex

Compostos

Juros

$$M = C + J \quad M = C \cdot (1 + i)^t \quad J = C \cdot i \cdot t$$

C = capital inicial (\$)

J = juros (\$)

M = montante (\$)

i = taxa (1 = 100%)

## Progressões

Aritmética

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$r = a_n - a_{n-1}$$

Soma dos termos

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot r}{2}$$

Produto dos primeiros  
termos da P.G.

$$P_n = \pm \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

Geométrica

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

Soma dos termos

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Limite da soma  
decrecente

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

## Logaritmos

$$\log_a b = x \leftrightarrow b = a^x$$

$$\log_a A = \log_a B \leftrightarrow A = B$$

$$\log_a a = 1 \quad \log_a a^m = m$$

$$\log_a 1 = 0 \quad a^{\log_a b} = b$$

$$\log_{10} x = \log x$$

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_a A \cdot B = \log_a A + \log_a B$$

$$\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$$

$$\text{co } \log_a b = -\log_a b = \log_a \frac{1}{b}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log_{10} b}{\log_{10} a}$$

## Números complexos $i = \sqrt{-1}$

$$z = a + b \cdot i$$

$$\bar{z} = a - b \cdot i$$

$$|z|^2 = a^2 + b^2$$

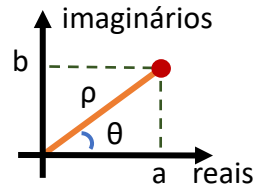
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2}$$

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{tg } \theta = \frac{b}{a}$$

$$z = \rho \cdot (\cos \theta + i \cdot \text{sen } \theta)$$

$$z^n = \rho^n \cdot (\cos n \cdot \theta + i \cdot \text{sen } n \cdot \theta)$$

$$z^n = (a + b \cdot i)^n \quad z = \rho \cdot e^{\theta \cdot i}$$



$$e^{\pi \cdot i} = -1$$

# 17. Matemática II

## Polígonos convexos

$$D = \frac{N \cdot (N - 3)}{2}$$

$$S_{int} = 180^\circ \cdot (N - 2)$$

$$S_{externos} = 360^\circ$$

## Poliedros convexos

$$V + F = A + 2$$

$$N = 2 \cdot A$$

$$S_{int} = 360^\circ \cdot (V - 2)$$

F = número de faces

V = número de vértices

A = número de arestas

D = número de diagonais

N = número de lados

S = soma dos ângulos

Mediana → baricentro

bissetriz → incentro

mediatriz → circuncentro

alturas → ortocentro

A = área; V = volume; l = lado

h = altura; d = diâmetro

a = raio de incentro (apótema)

r = raio do circuncentro

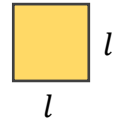
p = perímetro

## Quadrado

$$A = l^2 \quad p = 4 \cdot l$$

$$h = l \quad d = l \cdot \sqrt{2}$$

$$a = \frac{l}{2} \quad r = \frac{l \cdot \sqrt{2}}{2}$$



## Círculo

$$A = \pi \cdot r^2 \quad d = 2 \cdot r$$

$$h = 2 \cdot r \quad p = 2\pi \cdot r$$



## Hexágono

$$h = l \cdot \sqrt{3}$$

$$p = 6 \cdot l \quad r = l$$

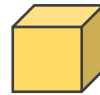
$$A = 6 \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot l^2}{4} \quad a = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2}$$



## Cubo

$$A = l^2$$

$$V = l^3$$



## Pirâmide

$$V = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$$

## Tetraedro

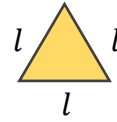
$$A = \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$V = \frac{\sqrt{2} \cdot a^3}{12}$$

## Triângulo equilátero

$$p = 3 \cdot l$$

$$A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \quad a = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{6} \quad h = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2}$$

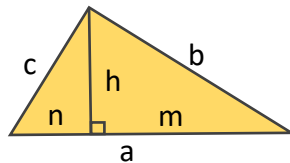


## Triângulo retângulo

$$A = \frac{a \cdot b}{2} \sin C \quad a^2 = b^2 + c^2$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2 \cdot R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$



$$\begin{aligned} b \cdot c &= a \cdot h \\ b^2 &= m \cdot a \\ c^2 &= n \cdot a \\ h^2 &= m \cdot n \end{aligned}$$

## Octaedro

$$A = 2\sqrt{3} \cdot a^2$$

$$V = \frac{\sqrt{2} \cdot a^3}{3}$$

## Esfera

$$A = 4\pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4\pi \cdot r^3}{3}$$

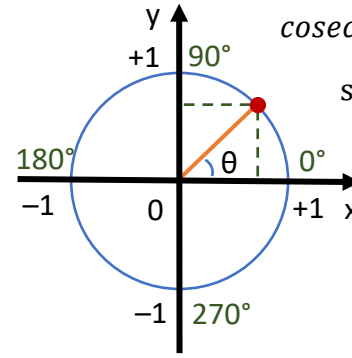
## Cilindro

$$A = 2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



## Trigonometria



$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \operatorname{cotg} \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = \operatorname{cotg}^2 \theta + 1$$

$$\sec^2 \theta = \operatorname{tg}^2 \theta + 1 \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta \quad \cos \theta = -\cos(180^\circ - \theta)$$

$$\cos(-\theta) = +\cos \theta \quad \sin \theta = \sin(180^\circ - \theta)$$

$$\operatorname{tg}(-\theta) = -\operatorname{tg} \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\operatorname{cotg} \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto}}$$

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$
$30^\circ$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$

$$\sin(a \pm b) = \sin(a) \cdot \cos(b) \pm \sin(b) \cdot \cos(a)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a) \cdot \cos(b) \mp \sin(a) \cdot \sin(b) \quad \operatorname{tg}(a \pm b) = \frac{\operatorname{tg}(a) \pm \operatorname{tg}(b)}{1 \mp \operatorname{tg}(a) \cdot \operatorname{tg}(b)}$$

$$\sin(2 \cdot a) = 2 \cdot \sin(a) \cdot \cos(a)$$

$$\cos(2 \cdot a) = \cos^2 a - \sin^2 a \quad \operatorname{tg}(2 \cdot a) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg}(a)}{1 - \operatorname{tg}^2 a} \quad \sin\left(\frac{a}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(a)}{2}}$$

$$\sin(p) \pm \sin(q) = 2 \cdot \sin\left(\frac{p \pm q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p \mp q}{2}\right)$$

$$\cos\left(\frac{a}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(a)}{2}}$$

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cdot \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos(p) - \cos(q) = 2 \cdot \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{a}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(a)}{1 + \cos(a)}}$$